

209

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2019

MATHEMATICS

Paper : II

Calculus

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : B.A./B.Sc. : 65

Note : Attempt any 5 questions from **Section-A** and any 3 questions from **Section-B**.

नोट : खण्ड-अ से पाँच प्रश्न एवम् खण्ड-ब से तीन प्रश्न करना अनिवार्य है।

Section-A

B.Sc./B.A. : 5.5×5=27.5

खण्ड-अ

1. Expand $e^x \sec x$ by Maclaurin's theorem.

$e^x \sec x$ का मैकलौरिन के प्रमेय की सहायता से विस्तार कीजिए।

2. If $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$, Show that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$

यदि $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$, दिखाइये कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$

3. Find the envelope of family of straight lines $y = mx + \frac{a}{m}$ Where m is parameter.

सरल रेखाओं के शंकुल $y = mx + \frac{a}{m}$, जहाँ m एक पैरामीटर है; का ऐनवेलप (envelope) प्राप्त कीजिए।

4. Trace the Curve : $y^2 (a+x) = x^2(a-x)$.

वक्र का अनुरेखण कीजिए : $y^2 (a+x) = x^2(a-x)$.

P.T.O.

5. Prove that : $B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$, $m > 0, n > 0$.

सिद्ध कीजिए : $B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$, $m > 0, n > 0$.

6. Find the whole length of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की सम्पूर्ण लम्बाई प्राप्त कीजिए।

7. Find the area of the Cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$

हृदयान $r = a(1 + \cos \theta)$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Section-B

12.5 × 3 = 37.5

खण्ड-ब

8. (a) If $f(x)$ be a function such that

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}; \text{ then prove that } f(x) \text{ is continuous but not differentiable at } x = 0$$

6

यदि $f(x)$ एक फलन इस प्रकार हो कि

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}; \text{ तब सिद्ध कीजिए कि फलन } f(x), x = 0 \text{ पर सतत् है, किन्तु}$$

अवकलनीय नहीं है।

(b) If $y = [x + \sqrt{1+x^2}]^m$; then prove that

6.5

$(1+x^2) y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + (n^2-m^2) y_n = 0$. And also find the value of y_n at $x=0$

यदि $y = [x + \sqrt{1+x^2}]^m$ तो सिद्ध कीजिए कि

$(1+x^2) y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + (n^2-m^2) y_n = 0$ तथा $x=0$ पर y_n का भी मान निकालिये।

9. (a) Find : $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x^2}$ 6

प्राप्त कीजिए : $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x^2}$

(b) If, $u_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}, u_2 = \frac{x_3 x_1}{x_2}, u_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$, then show that, $J(u_1, u_2, u_3) = 4$.

6.5

यदि, $u_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}, u_2 = \frac{x_3 x_1}{x_2}, u_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$, तब दिखाइये कि, $J(u_1, u_2, u_3) = 4$.

10. (a) Show that the minimum value of $u = xy + \left(\frac{a^3}{x} \right) + \left(\frac{a^3}{y} \right)$ is $3a^2$. 6

दिखाइये कि $u = xy + \left(\frac{a^3}{x} \right) + \left(\frac{a^3}{y} \right)$ का निम्नतम मान $3a^2$ है।

(b) If ρ_1 and ρ_2 be the radii of curvature at the extremities of two conjugate diameters of an ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; prove that 6.5

$(\rho_1^{2/3} + \rho_2^{2/3})(ab)^{2/3} = a^2 + b^2$.

यदि ρ_1 तथा ρ_2 एक दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के संयुग्मी व्यासों के शीर्ष बिन्दुओं पर वक्रता त्रिज्यायें हों, तो सिद्ध कीजिए कि $(\rho_1^{2/3} + \rho_2^{2/3})(ab)^{2/3} = a^2 + b^2$

11. (a) Find all asymptotes of the curve : 6

$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + 4y^2 + 2xy + y - 1 = 0$

वक्र $x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + 4y^2 + 2xy + y - 1 = 0$ की समस्त अनन्त स्पर्शी ज्ञात कीजिये।

(b) Prove : $\int \sec^n x dx = \frac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x dx$, 6.5

सिद्ध कीजिए : $\int \sec^n x dx = \frac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x dx$,

12. (a) Evaluate : $\iiint dx dy dz$, where $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$.

6

ज्ञात कीजिए : $\iiint dx dy dz$, जहाँ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$.

(b) Find volume of the solid generated by revolution of one loop of the lemniscate of Bernoulli $r^2 = a^2 \cos 2\theta$, about a line $\theta = \frac{\pi}{2}$.

6.5

रेखा $\theta = \frac{\pi}{2}$ के परितः, बर्नोली के लेमिनस्केट के एक पाश के घूमने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

<https://www.dbrauonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

(4)

<https://www.dbrauonline.com>